

Передаточная функция регулятора положения

1. Из теории автоматического управления

Рассмотрим замкнутую систему автоматического управления :

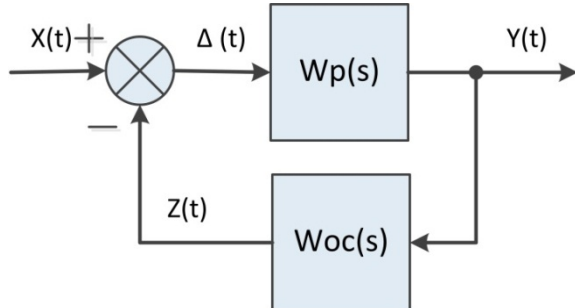


Рисунок 1

$X(t)$ – управляющее воздействие (входной сигнал)
 $Y(t)$ – управляемое воздействие (выходной сигнал)
 $Z(t)$ – сигнал обратной (отрицательной) связи
 $\Delta(t)$ – сигнал ошибки (рассогласования)
 Wp – передаточная функция разомкнутой системы
 Woc – передаточная функция обратной связи
 Тогда имеем :

$$\begin{aligned}\Delta(t) &= X(t) - Z(t) \\ Y(t) &= Wp(s)\Delta(t) \\ Z(t) &= Woc(s)Y(t)\end{aligned}$$

Передаточная функция замкнутой системы :

$$Wз(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Wp(s)}{1 + Wp(s)Woc(s)}$$

или при единичной обратной связи ($Woc(s)=1$) получаем :

$$Wз(s) = \frac{Wp(s)}{1 + Wp(s)}$$

Определим амплитудно-фазовую характеристику системы из её передаточной функции подстановкой $s=j\omega$:

$$W(j\omega) = W(s) = A(\omega)\cos\varphi(\omega) + jA(\omega)\sin\varphi(\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) :

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) :

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Определим полосу пропускания ω замкнутой системы из условия :

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 = -3\text{дБ}$$

Круговая (угловая) частота ω в радианах в секунду выражается через частоту f (выражаемую в оборотах в секунду или Гц) :

$$\omega = 2\pi f$$

Если входной сигнал – единичное (ступенчатое) воздействие (функция Хэвисайда) :

$$X(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t < 0 \\ 1, & \text{если } t \geq 0 \end{cases}$$

то его изображение по Лапласу (в операторном виде) :

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

2. Передаточная функция системы 1-го порядка

Рассмотрим систему автоматического управления, включающую в себя : систему ЧПУ (регулятор положения), электропривод (ЭП) , электродвигатель (ЭД) и датчик положения ротора ЭД (ДПР) :

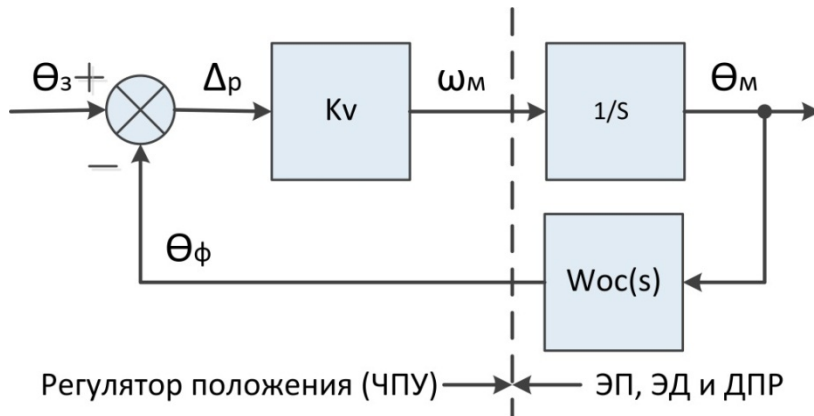


Рисунок 2 Система автоматического управление 1-го порядка

Θ_z – заданное положение (ротора ЭД). Размерность – радиан.

Θ_ϕ – фактическое положение ротора ЭД, приведенное ко входу. Размерность – радиан.

Θ_m – фактическое (механическое) положение ротора ЭД. Размерность – радиан.

Δp - сигнал ошибки (рассогласования). Размерность – радиан.

ω_m – заданное значение частоты вращения ЭД . Размерность – радиан в секунду.

Передаточная функция замкнутой системы в относительных единицах при $W_{oc}(s)=1$:

$$W_3(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\Theta_z(s)} = \frac{Kv/s}{1 + Kv/s} = \frac{Kv}{Kv + s} = \frac{1}{1 + s/Kv} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (2.1)$$

Таким образом имеем апериодическое звено 1-го порядка с постоянной времени :

$$\tau = \frac{1}{Kv} \quad (2.2)$$

При ступенчатом воздействии $\Theta_z=1/s$ получаем :

$$\Theta_m(s) = \frac{1}{s} W_3(s) = \frac{1}{s(1 + \tau s)} = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{1 + \tau s}$$

Или во временной области, после обратного преобразования Лапласа :

$$\Theta_m(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.3)$$

t	0	$\tau/2$	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$\Theta_m(t)$	0	0,393	0,632	0,865	0,95	0,982	0,993

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) :

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}$$

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) :

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\arctg(\tau\omega)$$

Полоса пропускания ω :

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ тогда } \omega = \frac{1}{\tau} = Kv \quad (2.4)$$

2.1 Моделирование и эксперимент системы с передаточной функцией 1-го порядка

Моделирование проводилось в пакете MatLab.

Эксперимент проводился с системой ЧПУ NC-220 и ЭП CSD-DH. Функция предварительного управления в ЧПУ была отключена, 4-й параметр в $GMO=16,667(Kv)$, 1-й параметр в $TIM=2$ (tick). Дадим определение Kv -фактора для ЧПУ :

$$Kv = \frac{V[\frac{m}{min}]}{\Delta[mm]} \quad (2.1.1)$$

где V – скорость перемещения по оси. Размерность - m/min

Δ - рассогласование по оси на данной скорости. Размерность – mm .

Имеется два варианта представления Kv -фактора :

- в размерности $[\frac{m/min}{mm}]$, как принято в Европе, тогда при заданных вышеуказанных параметрах в установившемся режиме имеем $Kv = 1$:

$$Kv = \frac{V[\frac{m}{min}]}{\Delta[mm]} = \frac{1m/min}{1mm} = 1 \frac{m/min}{mm}$$

- в размерности $[s^{-1}]$, как принято в США и Японии, тогда при заданных вышеуказанных параметрах в установившемся режиме имеем $Kv = 16,667s^{-1}$:

$$Kv = \frac{V[\frac{m}{min}]}{\Delta[mm]} = \frac{1m/min}{1mm} = \frac{1000mm/60s}{1mm} = 16,667s^{-1} \quad (2.1.2)$$

Обратим внимание, что это одно и то же значение Kv -фактора, данное в разной размерности.

2.1.1 Моделирование системы управления 1-го порядка в Matlab

Проведем моделирование системы управления 1-го порядка (рис.2) в Matlab. Сначала определим по формуле (2.2) :

$$\tau = \frac{1}{Kv} = \frac{1}{16,667[s^{-1}]} = 0,06 [s]$$

Тогда по формуле (2.1) передаточная функция замкнутой системы :

$$Wz(s) = \frac{1}{1 + \tau s} = \frac{1}{1 + 0,06s} \quad (2.1.3)$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазо-частотная характеристика (ФЧХ) представлена на рис.2.1.1а. Переходная характеристика при подаче на вход единичного (ступенчатого) воздействия на рис.2.1.1б. Имеем следующий переходный процесс :

t, мсек	0	30	60	120	180	240
$\Theta_M(t)$	0	0,393	0,632	0,865	0,95	0,982

а также полосу пропускания $\omega = 16,667s^{-1}$ или частоту пропускания $Fbw = \frac{16,667}{2\pi} = 2,653 Hz$.

Обратим внимание, что на этой частоте отставание по фазе равно $\varphi = 45^\circ$.

2.1.2 Эксперимент с системой ЧПУ NC-220 и ЭП CSD-DH

Переходная характеристика при подаче на вход единичного (ступенчатого) воздействия на рис.2.1.2а.

t, мсек	0	30	60	120	180	240
$\Theta_M(t)$	0	0,3	0,57	0,88	0,98	1,02

Далее по полученному переходному процессу проводилась идентификация модели с помощью MatLab. Были получены следующие две модели :

$$Wz(s) = \frac{1,018}{1 + 0,061s} \quad \text{при коэффициенте совпадения } K = 91.1\%$$

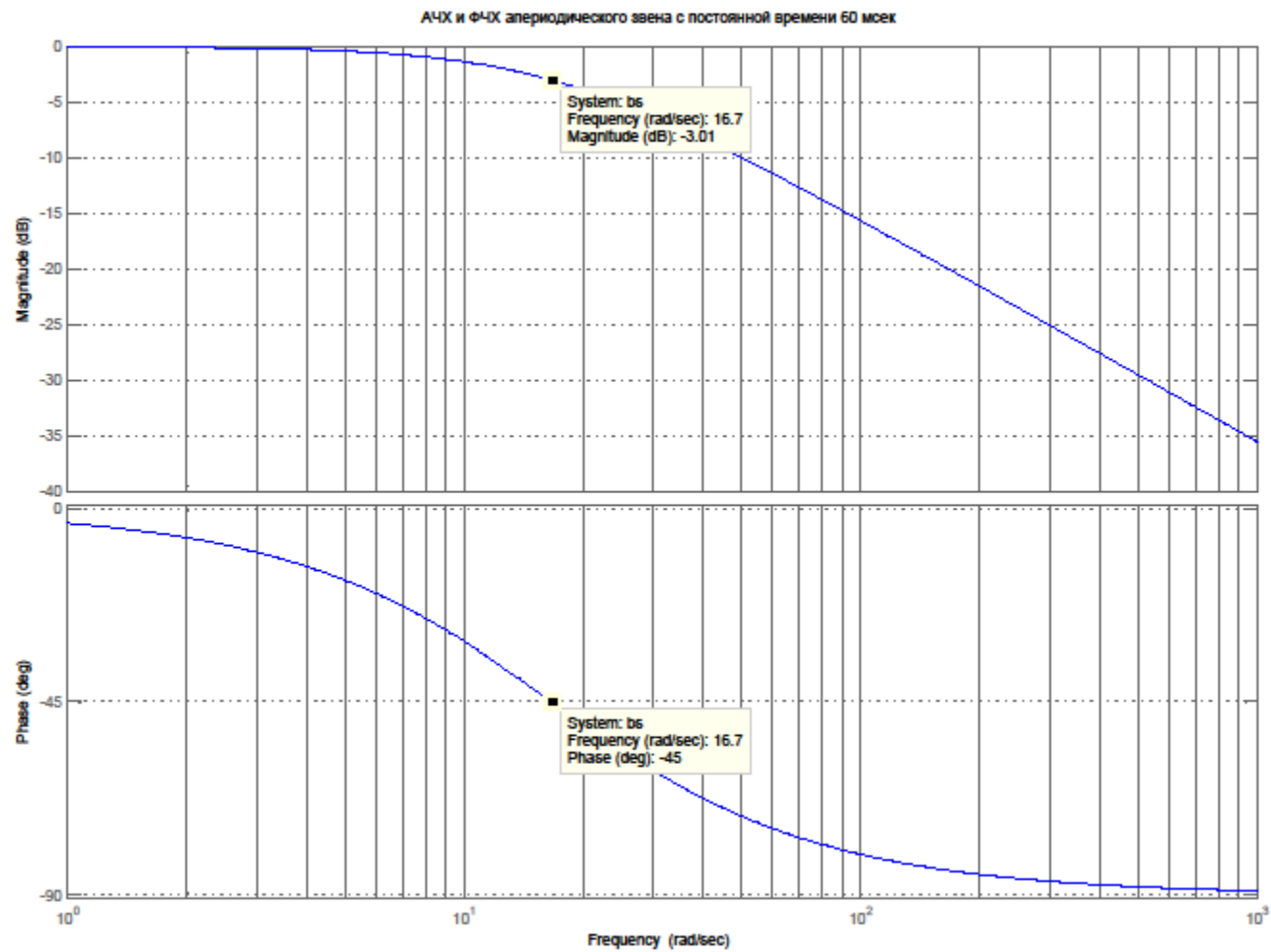


Рисунок 2.1.1а Моделирование апериодического звена 1-го порядка с постоянной времени $\tau=0,06s$

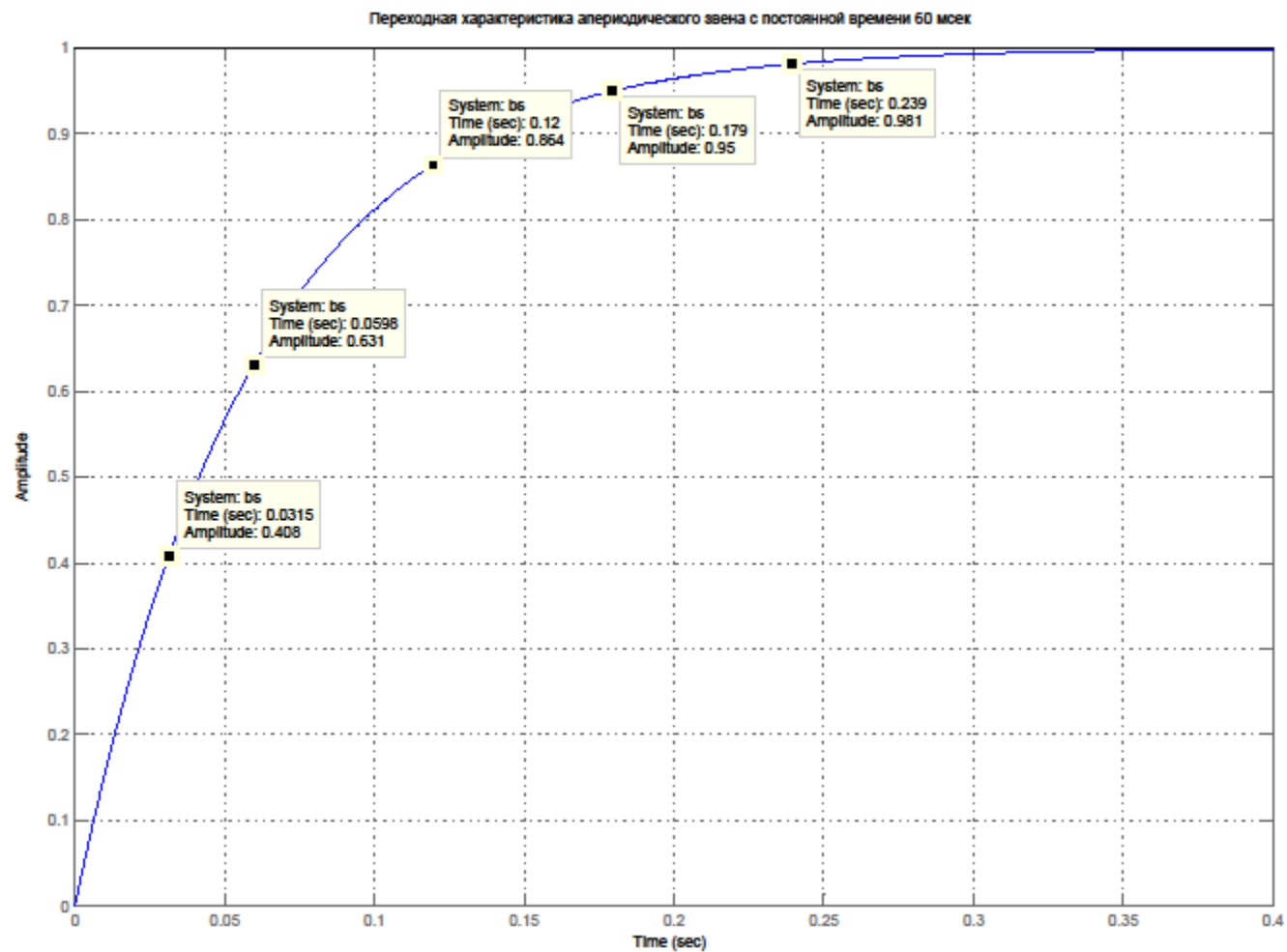


Рисунок 2.1.16 Моделирование аperiodического звена 1-го порядка с постоянной времени $\tau=0,06s$

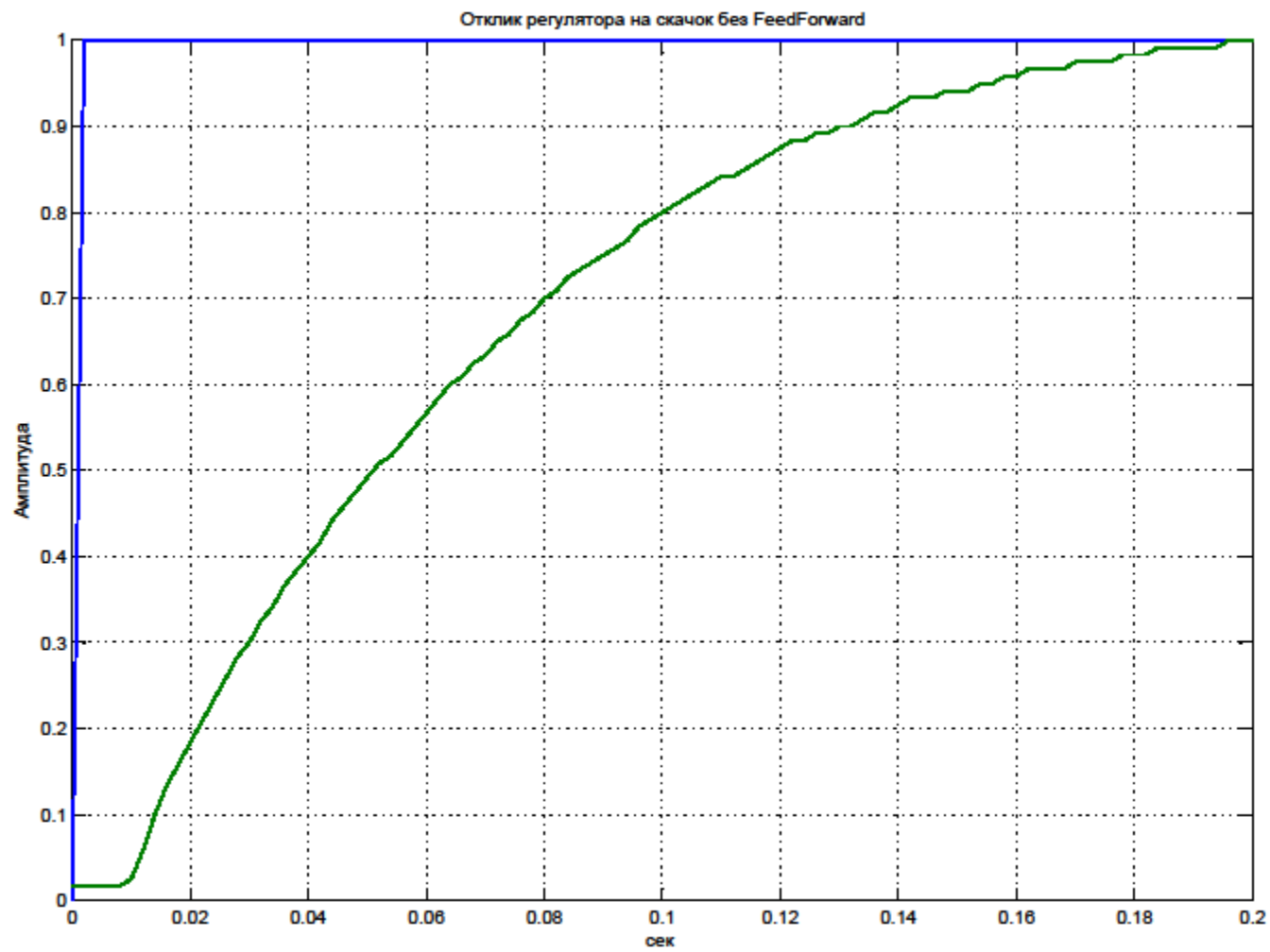


Рисунок 2.1.2а Эксперимент с системой ЧПУ NC-220 Kv=1

$$W_z(s) = \frac{1,018}{1 + 0,048s} e^{-0.059s} \text{ при коэффициенте совпадения } K = 94.4\%$$

где второй множитель с постоянной времени $\tau = 0.059s$ обеспечивает задержку выходного сигнала в начале переходного процесса.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие важные выводы. Для большинства систем ЧПУ, имеющих пропорциональный регулятор положения, при отключенной функции предупреждения (FeedForward), справедливо :



Kv – фактор определяет полосу пропускания регулятора положения ЧПУ. При изменении Kv – фактора в K раз, полоса пропускания так же изменяется в K раз.



При $Kv = 1$ по европейским стандартам полоса пропускания регулятора положения ЧПУ равна $Fbw = 2,653 \text{ Hz}$



Значение $Kv = 16,667$ по американским стандартам обозначает полосу пропускания регулятора положения ЧПУ в радиан/сек , при этом $Fbw = \frac{16,667}{2\pi} = 2,653 \text{ Hz}$
